

文章编号: 1002-1566(2021)05-0914-18  
DOI: 10.13860/j.cnki.sltj.20210305-001

# 期权时间价值日内模式与日内定价效率

郑振龙<sup>1</sup> 杨丽萍<sup>2</sup> 阮启宏<sup>3</sup>

(1. 厦门大学管理学院, 福建 厦门 361005; 2. 厦门大学经济学院, 福建 厦门 361005;  
3. 厦门大学王亚南经济研究院, 福建 厦门 361005)

**摘要:** 本文对上证 50ETF 期权的实际日内时间价值变化模式进行研究, 并与理论日内时间价值进行比较, 从日内时间价值的角度探讨期权日内定价效率。本文发现短期平值期权的实际日内时间价值与理论值差异最大, 其他期权的日内差异小。利用实际时间价值与理论值的日内差异, 对短期限平值期权构造交易策略确实可以获得累计正收益。考虑交易费用后, 则无法拒绝日均收益为 0 的假设, 即日内差异在市场摩擦允许的范围内。因此从日内时间价值角度来看, 样本期内 50ETF 期权日内定价效率良好。

**关键词:** 期权时间价值; 日内模式; 市场效率

**中图分类号:** O212

**文献标识码:** A

## Intraday Pattern of Option Time Value and Pricing Efficiency: Evidence from China

ZHENG Zhen-long<sup>1</sup> YANG Li-ping<sup>2</sup> RUAN Qi-hong<sup>3</sup>

(1. School of Management, Xiamen University, Xiamen 361005, China; 2. The School of Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China; 3. The Wang Yanan Institute for Studies in Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** This paper studies the time value intraday pattern of SSE 50ETF options, compares it with the theoretical time value and discusses the intraday pricing efficiency of options from the perspective of time value. We find that, compared with medium and long-term options, the actual intraday time value of short-term options is quite different from the theoretical value. Additionally, this paper constructs a trading strategy to testify the above findings and obtains positive accumulated profit. The profit is insignificant if the actual transaction cost is considered. That is the intraday difference is allowed by market friction. Thus, the SSE 50ETF options have good overall pricing efficiency during the sample period.

**Key words:** time value; intraday pattern; market efficiency

## 0 引言

期权的价值由内在价值和时间价值组成。其中, 期权的时间价值是标的资产价格的波动带来的隐含价值。在实际中, 贴现的惯例是按天计算, 因此货币的时间价值不是连续变化的。而

收稿日期: 2019年6月12日

收修改稿日期: 2020年7月27日

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(71871190), 国家自然科学基金重大项目(71790601), 国家自然科学基金面上项目(71471155)。

期权没有这种惯例的约束,从理论上说,期权的时间价值每时每刻都应该连续衰减。那么在现实中,期权实际的时间价值日内模式如何,这是个有趣而尚未有人研究的问题。

研究期权时间价值的日内模式,有助于从日内的角度研究期权市场的定价效率,为市场参与者制定交易策略和监管机构制定监管政策提供参考。

要研究期权的时间价值,首先必须合理定义内在价值和时间价值。关于内在价值,常见的定义是根据行权价和标的资产价格的比较来确定,例如 Hirta 和 Neftci<sup>[1]</sup> 与 Hull<sup>[2]</sup>,以及业界也常用这种计算方法。郑振龙和陈焕华<sup>[3]</sup>指出了这种定义的缺点,并使用两分法重新定义了期权的内在价值和时间价值。该定义有诸多优点,因此本文将采用郑振龙和陈焕华<sup>[3]</sup>的定义。

从内在价值的定义来看,内在价值是可以根据期权条款直接计算出来的。而期权的时间价值无法直接计算,只能通过期权价格减去内在价值来计算。这就需要涉及期权定价公式。由于中国资本市场的特殊性,什么样的期权定价公式比较适合中国,也是本文在研究中应该重点考虑的问题之一。

目前国内外文献关于期权时间价值如何随时间变化的研究基本都属于日间的尺度。Brenner 和 Subrahmanyam<sup>[4]</sup>发现平值期权行权价与标的资产价格(S)的比例与期权剩余期限( $T-t$ )存在如下近似关系: $\frac{c}{S} = \frac{p}{S} \approx 0.4\sigma\sqrt{T-t}$ ,其中  $c$  和  $p$  分别是欧式看涨和看跌期权价格。Rhoads<sup>[5]</sup>对以周期权(Weekly Options)为代表的短期期权的时间价值衰减特征进行研究,指出其他情况保持不变时,期权剩余期限越长,时间价值量(time value)越大。时间价值衰减(time decay)的速度会受剩余期限和在值程度的影响。

学界还关注了非交易时间对期权时间价值的影响。Rhoads<sup>[5]</sup>研究了非交易日(周末)对期权时间衰减特征的影响。Jones 和 Shemesh<sup>[6]</sup>对非交易时间段期权的定价进行研究,发现非交易时间段期间的期权收益率显著更低,绝大部分是周末,进一步研究发现非交易期时间段期间的低收益率不能用风险来解释,而是由于人们对收盘期间的股票收益率的波动率的错误认识,导致广泛存在且高度持续的期权错误定价。上述文献都是研究日间和周末非交易时间对期权时间价值的影响,本文则关注中午非交易时间段对期权时间价值的影响。

本文的研究难点主要有两点:第一,随着股价变化,同一种期权的内在价值也随之发生变化,而内在价值对时间价值有重大影响,所以必须控制在值程度的影响;第二,波动率对时间价值有重大影响,所以也必须控制波动率的日内变动对期权时间价值日内模式的影响。本文采用在值程度和波动率双分组法来解决这个问题。

鉴于本文的研究目的在于研究期权市场的定价效率,同时也是为了更好地解决上述两个研究难点,本文将计算出期权理论上的日内时间价值,并与期权实际的日内时间价值进行对比来研究期权市场的日内定价效率。期权的实际日内价值可以直接通过期权市场价格减去期权的内在价值计算出来,但估计理论日内时间价值需要估计日内波动率。而如何估计日内隐含波动率是本文研究的又一个难点问题。

上交所在 2015 年 2 月 9 日推出我国第一只交易所股票期权品种—上证 50ETF 期权(以下简称“50ETF 期权”)。该期权推出后,交易量逐步上升,已从初期的日均成交“万张”增长到如今的日均成交“百万张”的规模。之后,豆粕、白糖、沪铜、棉花、玉米、橡胶等 6 个商品期货期权品种也逐步上市。相较于商品期货期权,50ETF 期权上市交易时间最长、交易活跃且唯一的股票期权品种,因此本文选择 50ETF 作为研究对象。

高频数据的样本量大,比日度数据、甚至是更低频的数据的信息含量更多。近年来,伴随着科技发展,数据记录和存储成本极大降低,提高了大样本数据的可得性,同时硬件和技术的发展也为高频数据分析提供了利器,因此日内时间价值变化模式的研究具有可行性。

本文的贡献在于首次对 50ETF 期权实际时间价值变化的日内模式进行探索, 这有别于现有文献关于日间变化的研究。其次, 本文提供了从时间价值角度看待 50ETF 期权市场日内定价效率的新视角。最后, 本文根据中国市场的特殊性, 在期权定价公式的修改、隐含远期价格的计算、日内预期波动率的估计等具体问题上都做了大量改进, 使研究结论更符合中国的实际情况。

本文下文的结构如下: 第 1 节是研究方法, 主要阐述时间价值的定义、远期价格的计算、在值程度的划分、期权定价公式的确定、日内预期波动率的估计等; 第 2 节是数据处理和描述性统计; 第 3 节是实证研究结果; 最后是结论。

## 1 研究方法

### 1.1 时间价值的定义

期权的时间价值 (time value) 等于期权价格减去内在价值 (intrinsic value)。关于内在价值, 常见的定义是, 如 Hull<sup>[2]</sup> 与 Hirta 和 Neftci<sup>[1]</sup>; 对于看涨期权而言, 期权的内在价值等于  $\max\{S_t - K, 0\}$ , 其中,  $S_t$  是标的资产价格,  $K$  是行权价。看跌期权的内在价值等于  $\max\{K - S_t, 0\}$ 。其相应的看涨期权时间价值计算公式为

$$TV_{1,c,t} = C_t - \max\{S_t - K, 0\}, \quad (1)$$

对应的看跌期权时间价值计算公式为

$$TV_{1,p,t} = P_t - \max\{K - S_t, 0\}, \quad (2)$$

其中,  $C_t$  和  $P_t$  分别为  $t$  时刻的看涨期权和看跌期权价格。这种定义的优点是简单易懂, 易于计算, 具有较广的适用性。不管是欧式期权还是美式期权, 不管标的资产是否支付收益, 通过该公式都可以计算出相应的时间价值。但郑振龙和陈焕华<sup>[3]</sup> 指出这种定义存在几个问题, 包括:

1. 该定义下的平值看涨和平值看跌期权的时间价值不一样。
2. 该定义下的内在价值与期权价格下限不一致, 从而有可能导致计算出来的时间价值小于 0, 这有悖于期权时间价值的经济意义。
3. 不同期权的平值点是不一样的, 而该方法没有进行区分。
4. 该方法不适用于具有现货卖空约束的不完美市场。

针对以上缺陷, 郑振龙和陈焕华<sup>[3]</sup> 提出了新的平值点以及内在价值定义, 新定义区分了不同种类的期权、完美市场和不完备市场下的期权内在价值的计算方法。该定义具有如下优点:

1. 区分了欧式期权、美式期权等不同种类的期权的内在价值计算, 更加符合内在价值本身的经济含义。
2. 区分了完美市场和不完备市场, 两种市场下各有不同的计算方法。
3. 使用该方法计算的内在价值与期权价格的下限相等, 因此通过该方法计算时间价值不会为负, 并且平值期权的时间价值最大, 有比较好的经济意义。

因此, 本文采用郑振龙和陈焕华<sup>[3]</sup> 提出的关于内在价值和时间的定义进行相应计算和分析。本文的研究对象是 50ETF 期权, 50ETF 期权是欧式期权, 并且有红利保护机制, 50ETF 看涨期权的内在价值为:

$$\text{Intrinsic value} = \max\{(F(t, T) - (K - D))e^{-r(T-t)}, 0\}, \quad (3)$$

其中,  $F(t, T)$  表示  $T$  时刻到期的远期在  $t$  时刻的价格,  $r$  表示无风险利率,  $D$  表示 50ETF 在期权有效期内发放的红利。

50ETF 看跌期权的内在价值为:

$$\text{Intrinsicvalue} = \max \{ ((K - D) - F(T, t))e^{-r(T-t)}, 0 \}. \quad (4)$$

相应地, 因为期权时间价值是期权价格和内在价值的差, 因此, 50ETF 看涨期权的时间价值 ( $TV_{c,t}$ ) 为:

$$TV_{c,t} = C_t - \max \{ (F(t, T) - (K - D))e^{-r(T-t)}, 0 \}, \quad (5)$$

50ETF 看跌期权的时间价值 ( $TV_{p,t}$ ) 为:

$$TV_{p,t} = P_t - \max \{ ((K - D) - F(t, T))e^{-r(T-t)}, 0 \}. \quad (6)$$

## 1.2 远期价格的计算

从式 (5) 和 (6) 可以看出, 计算期权的时间价值需要远期价格。但在中国市场上, 我们无法获得 50ETF 的远期价格。虽然上证 50 指数有期货交易, 而且该指数的标的股票与 50ETF 的标的股票相同, 但由于期货价格并不等于远期价格, 而且上证 50 指数期货的到期日与 50ETF 期权的到期日不同, 因此不能简单地用上证 50 股指期货的价格来代替 50ETF 的远期价格。

我们可以利用 PCP 平价来求出期权隐含的远期价格, 下面首先证明标的资产有红利时的 PCP 平价公式。

构建如下两个组合:

**组合 A** 一份到期日为  $T$ 、行权价为  $K$  的 50ETF 欧式看涨期权多头, 加上金额为  $(K - D)e^{-r(T-T)}$  的现金。

**组合 B** 一份到期日为  $T$ 、行权价为  $K$  的 50ETF 欧式看跌期权多头, 加上期限为  $T$  的 50ETF 远期多头, 再加上金额为  $F(t, T)e^{-r(T-t)}$  的现金。

上述组合中的现金都按照无风险利率进行无风险投资。由于在期权有效期内, 期权的行权价将由于标的资产分红调整到  $K - D$ , 因此到  $T$  时刻, 如果  $S_T > K - D$ , 则组合 A 和 B 的价值都为  $S_T$ , 如果  $S_T \leq K - D$ , 则组合 A 和 B 的价值都等于  $K - D$ 。由于组合 A 和 B 在  $T$  时刻价值相等, 则组合 A 和 B 在  $t$  时刻的价值也必须相等, 否则就可以套利。

因此有红利时资产的远期和期权平价关系应为

$$C + (K - D)e^{-r(T-t)} = P + F(t, T)e^{-r(T-t)}. \quad (7)$$

我们可以根据式 (7) 来计算期权隐含的远期价格, 然后代入式 (5) 和 (6) 来计算 50ETF 期权的时间价值。

## 1.3 在值程度的划分

由于期权的在值程度对期权的时间价值有重大影响, 因此必须合理确定在值程度。众多学者和交易员指出, 在值程度用  $m = \ln \frac{F}{K}$  表示更为合理。为了行文方便, 本文中看涨期权的在值程度用  $m = \ln \frac{F}{K}$  表示, 看跌期权的在值程度用  $m = \ln \frac{K}{F}$  表示。在值程度越大, 表示期权越实值。考虑到理论上不同在值程度的期权, 其时间价值衰减模式有所不同, 因此参考郑振龙和黄慧舟<sup>[7]</sup>、吕恺<sup>[8]</sup>的做法, 本文以在值程度按 3% 和 10% 为界, 对期权进行分类。在值程度  $m \geq 0.1$  的期权为深度实值期权,  $0.03 \leq m < 0.1$  为实值期权,  $-0.03 < m < 0.03$  为平值期权,  $-0.1 < m \leq -0.03$  为虚值期权,  $m \leq -0.1$  的为深度虚值期权。

### 1.4 期权定价公式的确定

期权的理论时间价值等于理论期权价格减去内在价值,这就需要涉及期权定价公式。国内外学界和业界使用最为广泛的期权定价公式是 Black 和 Scholes<sup>[9]</sup> 提出的 BS 期权定价公式。国内学者,如吴鑫育等<sup>[10]</sup>、杨兴林和王鹏<sup>[11]</sup>,虽然考虑了随机波动率对期权定价的影响,但较少考虑卖空限制对期权定价的影响。我们认为由于中国股票的现货市场存在较严重的卖空限制,BS 公式在中国并不适用。而较为适用的是 Black<sup>[12]</sup> 提出的期权定价公式,因为远期与期权之间的套利活动受到的限制要小得多。但是,由于 50ETF 期权存在红利保护机制,因此本文对 Black<sup>[12]</sup> 公式做了修正。其中看涨期权价格为

$$C = F(t, T)e^{-r(T-t)}N(d_1') - (K - D)e^{-r(T-t)}N(d_2'), \quad (8)$$

看跌期权价格为

$$P = (K - D)e^{-r(T-t)}N(-d_2') - F(t, T)e^{-r(T-t)}N(-d_1'), \quad (9)$$

其中,

$$d_1' = \frac{\ln \frac{F(t, T)}{K - D} + \frac{\sigma_t^2}{2}(T - t)}{\sigma_t \sqrt{T - t}}, \quad d_2' = d_1' - \sigma_t \sqrt{T - t},$$

$\sigma_t$  是  $t$  时刻到期权到期时刻的预期波动率。

### 1.5 日内预期波动率的估计

从式 (8) 和 (9) 可以看出,计算日内理论期权价格时,需要日内某个时刻对该时刻到期权到期日的预期波动率 ( $\sigma_t$ )。日内预期波动率本身是不可观察的变量,而且是高频数据,能否准确估计它直接关系到本文的研究结论是否可靠。

在估计日内预期波动率时,可以想到的方法有三个:历史波动率 (Historic Volatility)、已实现波动率 (Realized Volatility) 和日内隐含波动率 (Implied Volatility)。但这三种指标都存在问题。历史波动率通常是使用日间数据计算的,因此无法反映日内波动率的变化。已实现波动率使用高频数据计算,可以克服历史波动率存在的问题,但历史不能代替未来。日内隐含波动率虽然本身就是期权价格中隐含的当前时刻到期权到期时刻这段时间的波动率预期值,但由于我们需要研究的问题本身就是市场的有效性,因此也不能使用。

为了解决上述问题,我们认为用经日内调整的  $t - 1$  日收盘时的隐含波动率作  $t$  日各个时刻的日间预期波动率是较为可行的方案。因为  $t - 1$  日收盘时的隐含波动率本身就是  $t - 1$  时刻期权市场对该时刻到期权到期时刻波动率的预期,对其进行日内调整得到日内的预期波动率,是较为可信的。这里的关键是如何进行日内调整。

考虑到波动率存在明显的均值回归现象,因此只要根据均值回归的趋势进行调整就可以了。具体的调整方法是对  $t - 1$  日收盘时的隐含波动率和  $t$  日收盘时的隐含波动率进行线性插值,作为  $t$  日各个时刻的日内预期波动率。

$$\sigma_{i, k, t} = IV_{i, t-1} + \frac{IV_{i, t} - IV_{i, t-1}}{48} \times k, \quad (10)$$

其中,  $\sigma_{i, k, t}$  是第  $i$  种期权在  $t$  日  $k$  时刻的日内预期波动率,  $IV_{i, t}$  是第  $i$  种期权在  $t$  日收盘时的隐含波动率。由于本文选定的日内时间间隔为 5 分钟,而 50ETF 每天的交易时间为 4 小时,所以有 48 个 5 分钟。

考虑到波动率均值回复速度较慢, 在日内的变化趋势并不明显, 而且上述线性插值法可能受到波动率日间变化噪音的影响, 因此本文为了进行稳健性检验, 使用一种更简单的方法作为对比: 假定隐含波动率在日内不变, 直接采用  $t-1$  日收盘时的隐含波动率作为  $t$  日的日内隐含波动率。

$$\sigma_{i,k,t} = IV_{i,t-1}. \quad (11)$$

### 1.6 日内模式估计方法

本文利用均值估计法和核回归非参数估计法来刻画时间价值日内模式。均值估计法的思想是同一时刻的全部样本的时间价值均值作为该时刻的时间价值水平。非参数估计法的思想是在最小化总体估计误差的情况下, 估计出某时刻的时间价值。

出于以下两方面的考虑, 本文决定同时采用均值估计和非参数估计来展现期权日内时间价值变化模式: 均值估计模式图中的点是对应时刻的样本均值, 其优点是日内模式的信息保留较多, 可以直观看出平均而言时间价值在日内各个时刻是如何变化的。但其缺点是模式图中的各个点只考虑局部时刻的情况, 受市场噪音的影响, 均值模式图比较不平滑。核回归非参数估计法的优点是将日内时间价值模式作为一个整体来估计, 在最小化整体估计误差的情况下, 估计出日内模式, 因此更为平滑。相应的缺点是, 日内各个时刻的信息损失较多, 要求的样本容量较大, 并且估计量收敛到真实值的速度较慢。本文用的数据为 2017 年 1 月至 2018 年 11 月全部期权的 5 分钟高频数据, 共有 256 万多个样本数, 满足非参数估计对样本容量的要求。均值估计和非参数估计可以互补, 也可以相互印证。

下面介绍下陈强<sup>[13]</sup>非参数核回归的思路。假设考虑非参数一元回归模型:

$$y_i = m(x_i) + \varepsilon_i, \quad (12)$$

$$\varepsilon_i \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_i^2), \quad (13)$$

其中,  $y_i$  是时间价值的观测值;  $x_i$  的取值范围为  $1, 2, \dots, 49$ , 分别表示日内每 5 分钟的交易时间, 即  $9:30, 9:35, \dots, 11:30, 13:05, \dots, 15:00$ ;  $i = 1, \dots, n$ ,  $n$  表示剩余期限和在值程度一样的期权的样本数;  $m(\cdot)$  是形式未知的函数。 $\hat{m}(x_i)$  是  $y_i$  的估计值, 它是对  $x_i$  附近邻域中的时间价值观测值进行加权平均得到, 即“局部加权平均估计量”(local weighted average estimator)。以  $x_1$  为例,

$$\hat{m}(x_1) = \sum_{j=1}^b w_{j1,h} y_j, \quad (14)$$

其中, 权重  $w_{j1,h}$  是  $(x_j, x_1, h)$  的函数, 且满足  $\sum_{j=1}^b w_{j1,h} = 1$ 。 $x_j$  是  $x_1$  附近的点,  $y_j$  是  $x_1$  附近邻域中的时间价值观测值,  $b$  表示  $x_1$  附近的样本数,  $h$  是带宽或光滑参数。而关于权重  $w_{j1,h}$ , Nadaraya<sup>[14]</sup>使用核函数来定义权重:

$$w_{j1,h} = \frac{K\left(\frac{x_j - x_1}{h}\right)}{\sum_{j=1}^b K\left(\frac{x_j - x_1}{h}\right)}. \quad (15)$$

因此,  $\hat{m}(x_1)$  可以写为

$$\hat{m}(x_1) = \frac{\sum_{j=1}^b K\left(\frac{x_j - x_1}{h}\right) y_j}{\sum_{j=1}^b K\left(\frac{x_j - x_1}{h}\right)}. \quad (16)$$

核函数  $K(\cdot)$  (kernel function) 本质上是权重函数。核函数  $K(z)$  满足以下性质:

(1)  $K(z)$  连续且关于原点对称;

(2)  $\int_{-\infty}^{+\infty} K(z)dz = 1$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} zK(z)dz = 0$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} |K(z)|dz < +\infty$ ;

(3) 或者 (i) 存在  $z_0 > 0$ , 使得当  $|z| > z_0$  时,  $K(z) = 0$ ; 或者 (ii) 当  $|z| \rightarrow +\infty$  时,  $|z|K(z) \rightarrow 0$ ;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} z^2 K(z)dz = \gamma, \quad \text{其中 } \gamma \text{ 为常数.}$$

其中, 条件 (2) 要求核函数的曲线下积分为 1, 即将核函数标准化, 并满足一些有界条件。条件 (3) 中的 (i) 比 (ii) 更强, 通常采用 (i), 即如果超出某个邻域范围  $[-z_0, z_0]$  时, 权重为 0。不失一般性, 通常将邻域  $[-z_0, z_0]$  标准化为  $[-1, 1]$ 。核函数的特点是, 距离原点越近, 核函数取值越大, 即越接近  $x_1$  的点给予的权重越大。最常用的核函数是二次核, 也称伊番科尼可夫核, 核函数的数学形式为:

$$K(z) = \frac{3}{4}(1 - z^2) \cdot I(|z| < 1). \quad (17)$$

核回归估计量  $\hat{m}(x_1)$  是有偏的, 在大样本下的偏差为:

$$\text{Bias}(x_1) = E(\hat{m}(x_1)) - m(x_1) = h^2 \left( m'(x_1) \frac{f'(x_1)}{f(x_1)} + \frac{1}{2} m''(x_1) \right) \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 K(z)dz. \quad (18)$$

因此,  $\text{Bias}(x_1) = o(h^2)$ 。核回归估计的方差为:

$$\text{Var}(\hat{m}(x_1)) = \frac{1}{nh} \frac{\sigma_\varepsilon^2}{f(x_1)} \int_{-\infty}^{+\infty} K(z)^2 dz + o\left(\frac{1}{nh}\right), \quad (19)$$

故  $\text{Var}(\hat{m}(x_1)) = o\left(\frac{1}{nh}\right)$ 。

一方面, 如果带宽  $h$  越大, 则  $x_1$  附近的邻域越大, 偏差越大; 另一方面, 带宽  $h$  越大,  $\text{Var}(\hat{m}(x_1))$  越小。以上是点  $x_1$  举例, 表明估计效果受  $h$  影响。实际中, 通常使用“交叉验证”(Cross Validation, 简称 CV) 来确定使整体估计误差最小化的最优带宽  $h^*$ 。其思想是, 在得到  $y_i$  的估计值  $\hat{m}(x_i)$  时, 不使用  $y_i$  的信息, 看其余观测值预测  $y_i$  的能力。即选择带宽  $h^*$ , 使得该预测能力最强, 其目标函数为:

$$\min_h CV(h) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{m}(x_i))^2 \pi(x_i), \quad (20)$$

其中,  $\hat{m}_{-1}(x_i) = \frac{\sum_{j \neq i} w_{ji,h} y_j}{\sum_{j \neq i} w_{ji,h}}$  是对  $m(x_i)$  的“去掉一个观测值”的估计量 (leave-one-out estimate), 即  $j = 1, \dots, n$ , 但  $j \neq i$ 。  $\pi(x_i)$  是权重函数, 主要是为了给边界附近的端点更小的权重, 以避免端点可能对估计量带来较大的扭曲。本文中  $\pi(x_i)$  为 1, 即不剔除边界点。如果不去掉自身第  $i$  个观测值, 则总可以选择足够小的带宽  $h$  使得对于任何  $i$ , 都有  $\hat{m}(x_i) = y_i$ , 从而  $CV(h) = 0$ , 达到最小化。但这个过小的带宽  $h$  会有较大的估计量的方差, 并非最优, 所以应该去掉自身观测值。本文采用交叉验证来确定最优带宽。

## 2 数据处理和描述性统计

### 2.1 原始数据及处理

本文的研究对象是上证 50ETF 期权。50ETF 期权为欧式期权, 期权价格最小变动单位为 0.0001 元, 上市日期是 2015 年 2 月 9 日。由于早期的期权市场较不成熟, 成交量也比较小, 因此选择的数据样本期为 2017 年 1 月 3 日至 2018 年 11 月 30 日, 共 467 个交易日的

50ETF 期权的 5 分钟高频数据,包括交易日期、到期时间、交易时间、行权价、交易量、交易价格、期权类别等栏目,原始数据量共有 2,560,348 条观测,较为庞大,满足估计对数据的要求。同时,在估计标的资产历史波动率日内模式时,本文还用到上证 50 股指期货 2017 年 1 月 3 日至 2018 年 11 月 30 日期间主力合约的 5 分钟高频数据,原始数据量共有 22,283。

从市场中直接得到的数据含有各种噪音成分,为了避免对实证结果产生较大影响,有必要对原始数据进行一系列筛选处理后再进行分析,才能使结论更准确。

首先,由于过少的交易量很难反映真实的价格,因此,剔除所有日交易合约数小于 20 的数据;

其次,由于上证 50ETF 期权的最小变动单位 0.0001 元,为了减小价格不连续的影响,剔除所有交易价格为 0.0001 元的数据;经过以上步骤的筛选,得到剩余数据总量为 2,330,122,数据量满足非参估计的要求。

然后,根据上文期权时间价值的基本定义,算出相应的时间价值,并应用 Black 公式计算隐含波动率。在计算隐含 Black 隐含波动率时,除了已有的期权价格、行权价、剩余期限、远期价格外,还需要连续复利无风险利率。本文选取样本期内 3 个月 SHIBOR 作为无风险利率,原始数据为单利,本文将其转化为连续复利率。

## 2.2 描述性统计

考虑到理论上不同在值程度的期权,其时间价值衰减模式有所不同,因此有必要按在值程度对期权进行分类。为了行文方便,本文中看涨期权的在值程度用  $m = \ln \frac{F}{K}$  表示,看跌期权的在值程度用  $m = \ln \frac{K}{F}$  表示。 $m$  越大,表示期权越实值。参考郑振龙和黄慧舟<sup>[7]</sup>、吕恺<sup>[8]</sup>的做法,在值程度按 3% 和 10% 为界,对期权进行分类。 $m \geq 0.1$  的期权为深度实值期权,  $0.03 \leq m < 0.1$  为实值期权,  $-0.03 < m < 0.03$  为平值期权,  $-0.1 < m \leq -0.03$  为虚值期权,  $m \leq -0.1$  为深度虚值期权。各期权样本量和成交量占比如下表所示。

表 1 不同在值程度的期权样本量与成交量占比

	深度实值	实值	平值	虚值	深度虚值
样本量 (%)	14.08	26.12	26.89	20.66	12.25
成交量 (%)	2.75	17.90	60.40	16.07	2.88

表 2 不同期限的期权样本量与成交量占比

	1 个月	1-2 个月	3 个月
样本量 (%)	26.26	22.58	51.56
成交量 (%)	68.65	23.51	7.84

样本量上,实值期权、平值期权和虚值期权的占比之和接近 75%,成交量占比接近 95%。从期限来看,剩余期限在一个月以内的期权成交最活跃,成交量占比接近 70%。鉴于短期期权的时间价值衰减更为明显,因此本文重点关注剩余期限在一个月以内的实值、平值和虚值期权,并且它们也具有代表性。

## 3 实证结果分析

### 3.1 整个剩余期限内日内时间价值的变化模式

理论上,不同在值程度、不同波动率水平下,期权的时间价值随剩余期限变化的模式不同。在其他因素一样的情况下,平价点附近的期权时间价值最高,衰减速度最快;其他因素一



样的情况下，波动率越大的期权时间价值越大，衰减速度越快。因此，本文首先对期权按照在值程度、波动率进行双分组，研究在期权的整个剩余期限内，各组期权的日内时间价值随剩余期限变化的总体情况。

这样做的目的主要是通过日内时间价值在整个剩余期限内的衰减情况，动态展现随剩余交易日数不同，期权日内时间价值的衰减变化，从总体上对 50ETF 期权的日内时间价值衰减模式有个认知。双分组法便于我们研究控制一个因素不变时，研究变量随另一个因素变化的情况。即控制波动率和在值程度不变时，时间价值随剩余期限变化的情况。

双分组时，按照前文所述，在值程度以 3% 和 10% 为界分组；上证 50ETF 期权的隐含波动率大部分处于 15%–30% 之间，均值在 20% 左右，因此以 15%、20%、25% 为中心，取左右 1%，分成 14%–16%、19%–21%、24–26% 三组，分别记为低波动率组、中波动率组、高波动率组。在双分组的基础上，研究不同在值程度、不同波动率水平下，在整个剩余期限内，日内时间价值随剩余期限变化的情况。

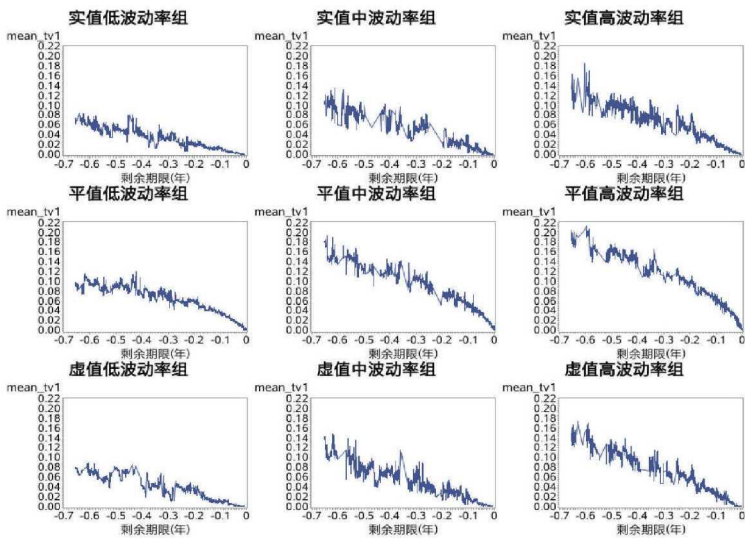


图 1 看涨期权整个剩余期限内时间价值衰减模式

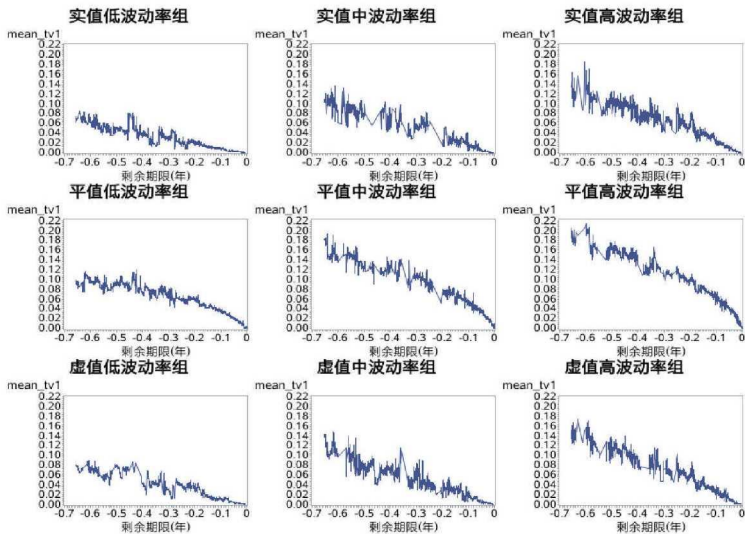


图 2 看跌期权整个剩余期限内时间价值衰减模式

图 1 为看涨期权的日内时间价值衰减整体模式，各组的时间价值为同组内相同剩余期限的期权的时间价值均值。其中，横坐标为剩余期限，单位为年，为了更直观，对剩余期限取了负数，例如  $-0.6$  表示剩余期限为 0.6 年，向右靠近 0 表示剩余期限缩短，纵坐标为时间价值，单位为元。从上到下期权的在值程度分别实值、平值和虚值，从左到右波动率水平逐渐升高。

从时间价值量看，波动率相同时，越接近平值的期权，时间价值越大；在值程度相同时，波动率越高的期权，时间价值越大。

从时间价值随剩余期限变化的模式看，在值程度对期权时间价值的衰减模式有显著影响：平值期权的时间价值随剩余期限缩短而加速衰减；实值期权和虚值期权的时间价值变化模式接近，近似呈直线衰减。波动率对期权时间价值的衰减模式没有显著影响。

图 2 展示了样本期内看跌期权的日内时间价值整体变化模式。看跌期权的时间价值变化模式与看涨期权类似：平值看跌期权随到期日临近而加速衰减；实值和虚值看跌期权的衰减模式接近，呈接近直线衰减。

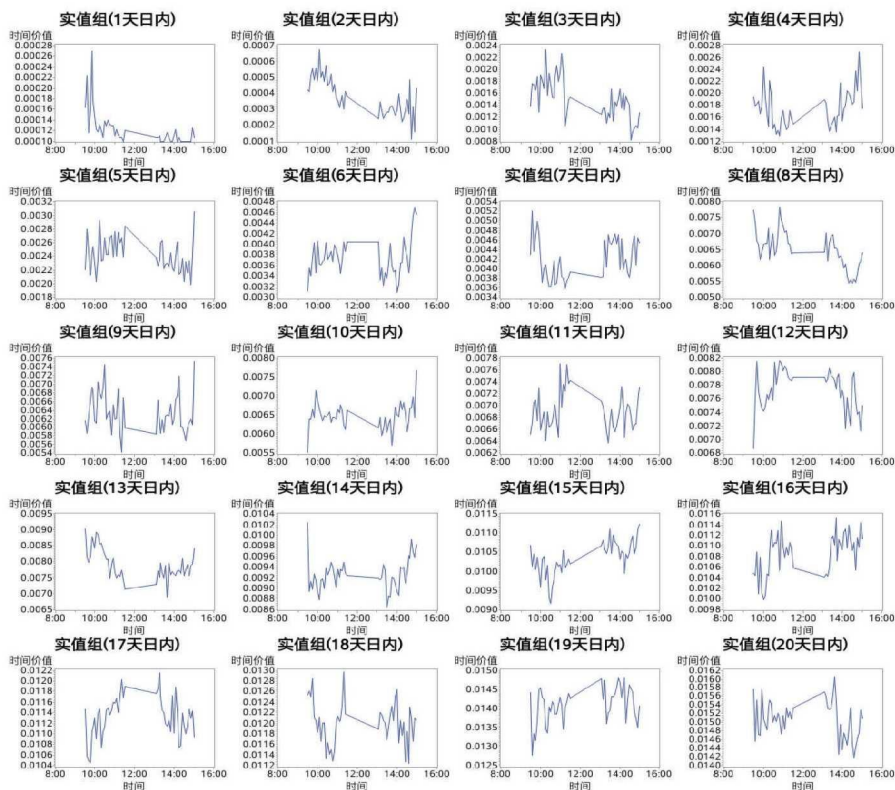


图 3 实值看涨期权时间价值均值日内模式

### 3.2 期权时间价值的日内模式

从上文实证结果可以看出，不同在值程度对期权时间价值的衰减模式有很大影响。为了更清晰地观察期权时间价值的日内模式，我们着重考察剩余交易日分别为 1-20 天、不同在值程度的期权时间价值日内模式的均值估计和核回归非参数估计结果。均值估计是同一组相同时刻的观测值取平均得到。横坐标是时刻，纵坐标是时间价值。

实值看涨期权的时间价值均值估计日内模式如图 3 所示，日内时间价值波动较大，没有明显的时间价值衰减。中午非交易时间段对时间价值没有确定方向性的影响。

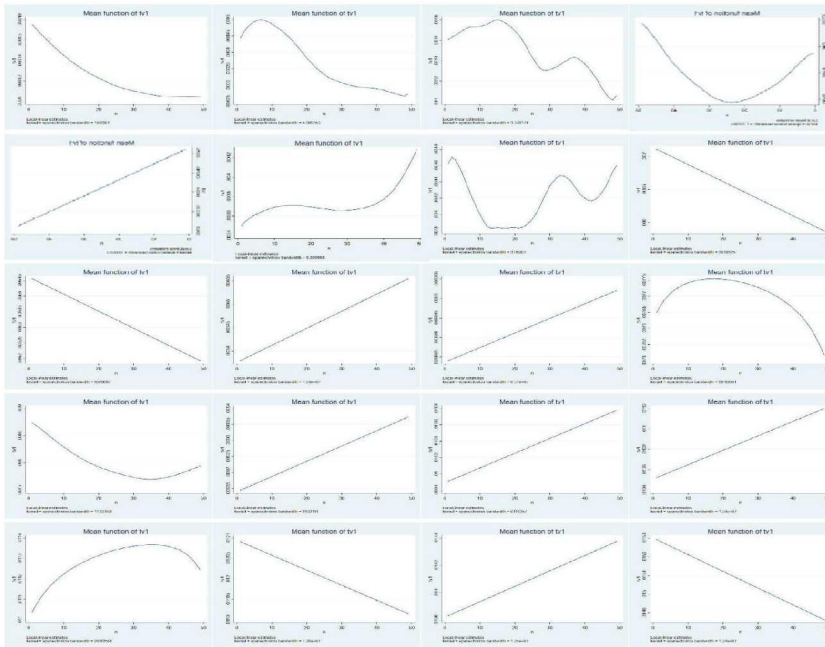


图 4 实值看涨期权时间价值非参数估计日内模式

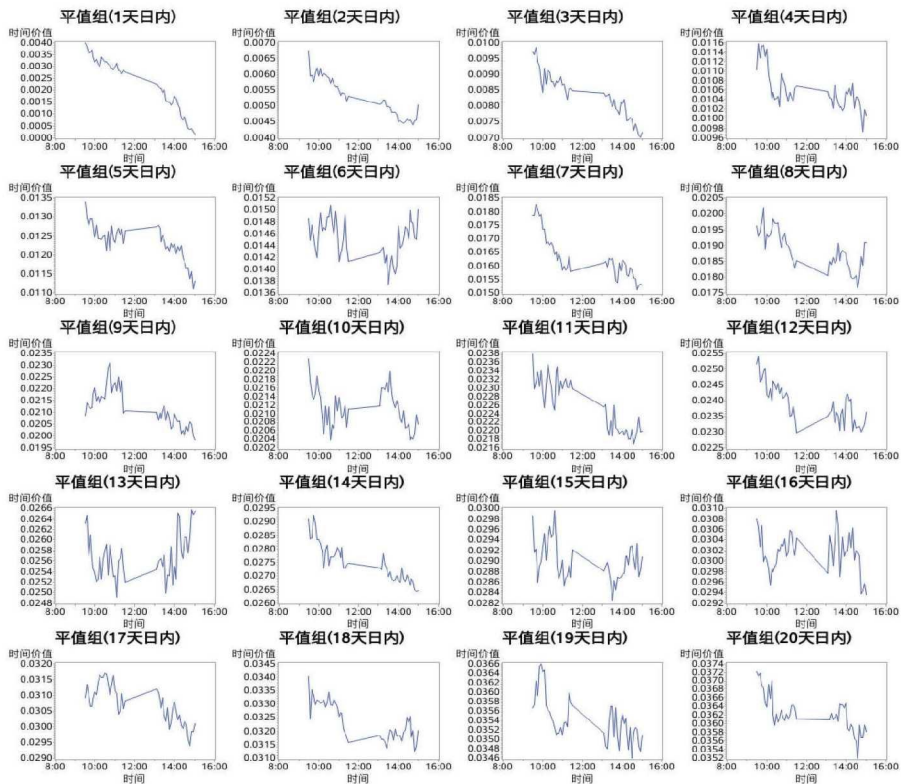


图 5 平值看涨期权时间价值均值日内模式

实值看涨期权的时间价值核回归非参数估计日内模式如图 4 所示。可以看到，虽然非参数估计出来的模式更为平滑，但依然没有表现出规律性的模式，并且在绝大多数的交易日中时间价值日内没有衰减，进一步验证了均值估计的结论。

平值看涨期权的时间价值均值估计日内模式如图 5 所示。从图 5 可以看出，平值看涨期权时间价值日内通常有衰减趋势。中午非交易时间段对时间价值没有确定方向性的影响。

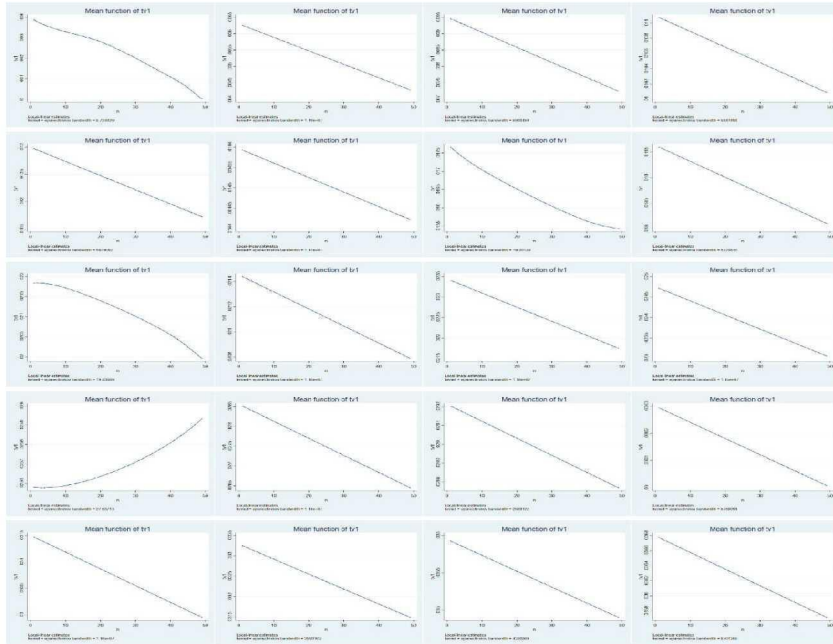


图 6 平值看涨期权时间价值非参数估计日内模式

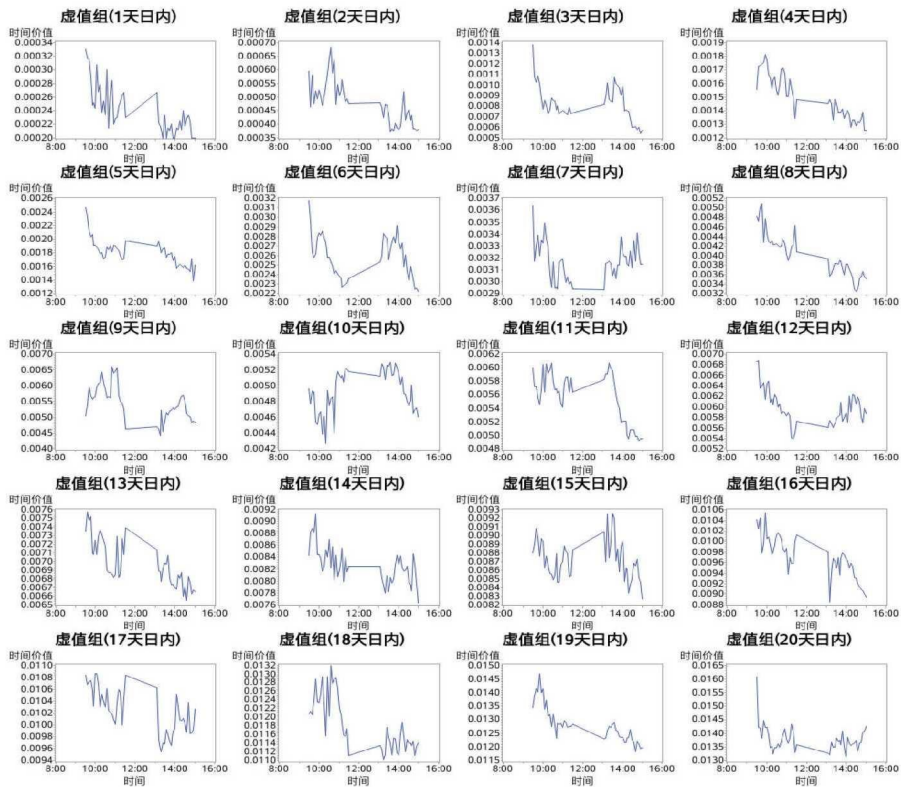


图 7 虚值看涨期权时间价值均值日内模式

平值看涨期权的时间价值核回归非参数估计日内模式如图 6 所示。从图 6 可以清楚看到, 在绝大部分的交易日中, 平值看涨期权的时间价值呈现出显著的接近直线的衰减日内模式。

虚值看涨期权的时间价值均值估计日内模式如图 7 所示。从图 7 可以看出, 虚值看涨期权的时间价值日内通常有衰减趋势, 但日内模式波动比平值看涨期权大。中午非交易时间段对时间价值没有确定方向性的影响。

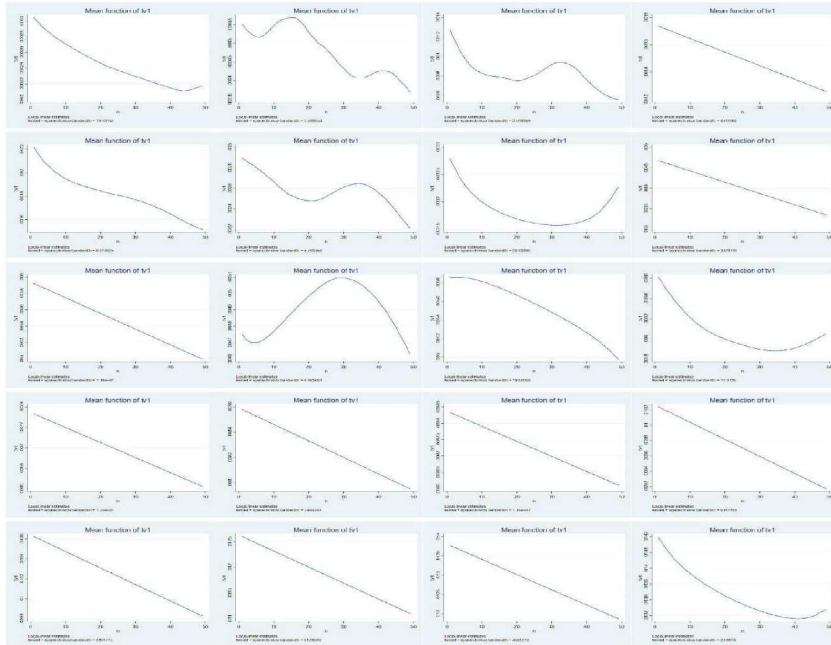


图 8 虚值看涨期权时间价值非参数估计日内模式

虚值看涨期权的时间价值核回归非参数估计日内模式如图 8 所示。从图 8 可以明显看到, 与均值估计的结论类似, 在绝大部分交易日中, 虚值看涨期权的日内时间价值有衰减趋势, 这一点较均值估计模式图看得更清楚。

看跌期权在大部分的交易日内通常有时间价值衰减, 尤其是平值看跌期权, 呈现显著的直线衰减日内模式。为节省文章篇幅, 此处省略其估计结果。

从 50ETF 期权实际的日内时间价值模式可以看到, 剩余期限小于一个月时, 除了实值看涨期权, 其他期权在大部分的交易日内通常有时间价值衰减趋势, 平值期权衰减最为显著, 呈现出直线型衰减的日内模式。中午非交易时间段没有时间价值衰减。

### 3.3 实际日内时间价值变化与理论的差异

本文的主要目的是通过考察期权时间价值的日内模式来考察期权市场的日内定价效率, 为此, 我们必须考察期权实际时间价值与理论时间价值的日内偏差。计算理论日内时间价值需要估计日内预期波动率。如前文所述, 本文所用方法是对  $t-1$  日收盘时的隐含波动率和  $t$  日收盘时的隐含波动率进行线性插值, 作为  $t$  日各个时刻的日内预期波动率, 据此计算出来的记为理论时间价值 1。为了进行稳健性检验, 本文还直接采用  $t-1$  日收盘时的隐含波动率作为  $t$  日的日内隐含波动率, 据此计算出来的记为理论时间价值 2。

第一种方法计算的理论与实际时间价值的日内差异如图 9 所示。其中, 实际时间价值由期权的实际日内市场价格减去内在价值得出, 理论时间价值由日内预期波动率计算

出理论日内的期权价格后，再减去内在价值得出。相同时刻的实际值和理论值之间的差异取平均得到下图。可以看到，理论日内差异均值先增加后减小，开盘和收盘时接近 0，除了开盘时，日内各时刻差异均值显著异于 0。

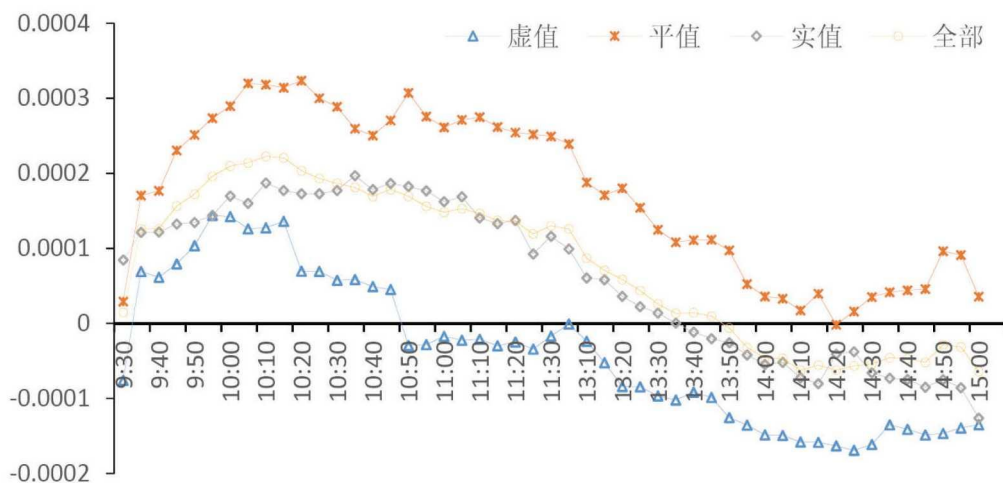


图 9 理论值 1 与实际值的日内差异

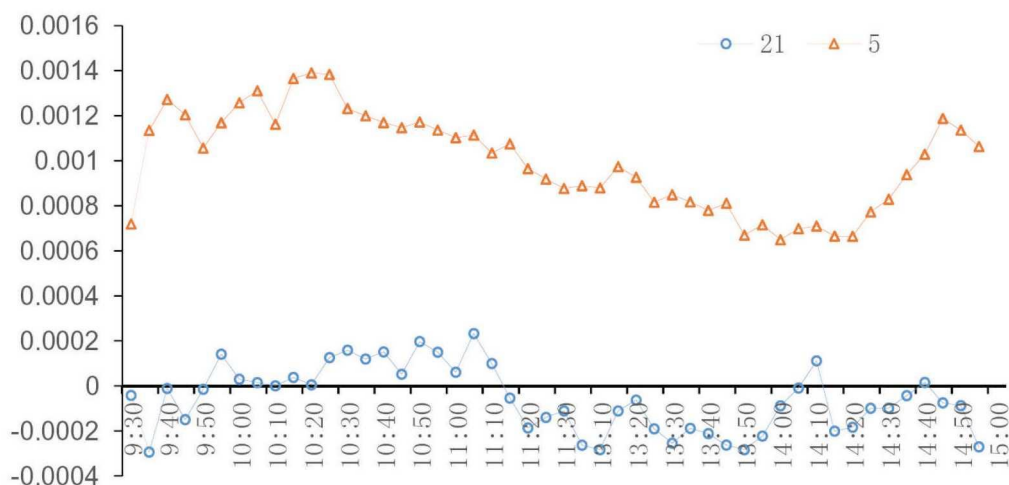


图 10 不同剩余期限的期权理论值 1 与实际值的日内差异

进一步按在值程度对期权进行分组，对相同时刻、相同在值程度的期权的实际时间价值与理论时间价值之间的差异取平均。可以看到，不同在值程度的期权其理论时间价值与实际值的日内差异均值也都呈现先增加后减小，其中平值期权的日内差异最大，虚值期权和实值期权的日内差异小，基本在期权的最小报价单位之内。

进一步研究发现，剩余期限短的期权，日内差异均值显著异于 0，剩余期限较长的期权，日内差异均值小且不显著。以剩余交易日分别 21 天和 5 天的平值期权为例，理论时间价值与实际值的日内差异均值如图 10 所示，剩余交易日为 5 天的平值期权日内差异均值显著异于 0，剩余交易日为 21 天的期权日内差异均值小，且在 10% 置信水平下不显著。

方法 2 计算的理论时间价值与实际时间价值的日内差异均值与方法 1 下类似，也呈现出先增大后减小，平值期权差异最大，实值和虚值期权的差异小，如图 11 所示。

方法 2 下的日内差异同样随剩余期限延长而变小, 如图 12 所示。

从以上实证结果可以看出, 两种方法下的理论时间价值与实际值差异的日内模式结论相近, 即剩余期限短的平值期权的实际日内时间价值与理论值差异较大, 日内呈现出先增加后减小的趋势, 其他期权的日内差异小。

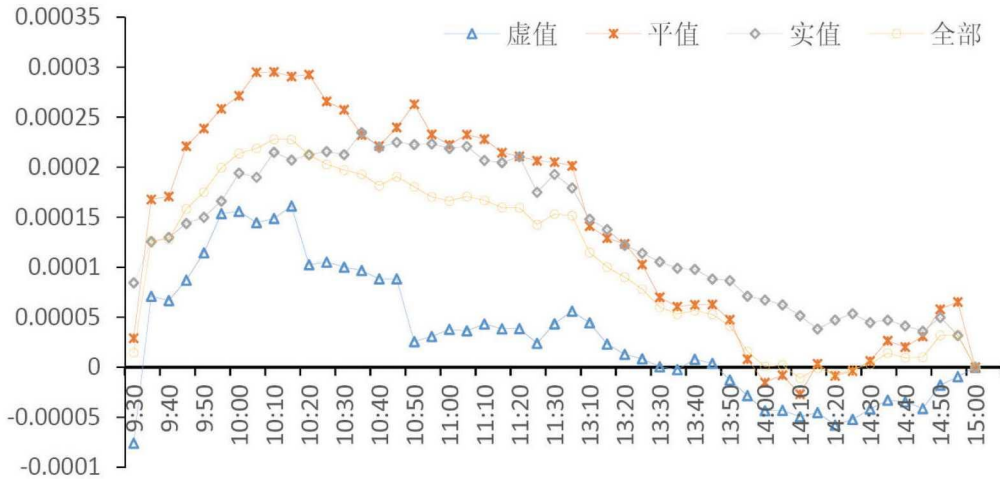


图 11 理论值 2 与实际值的日内差异

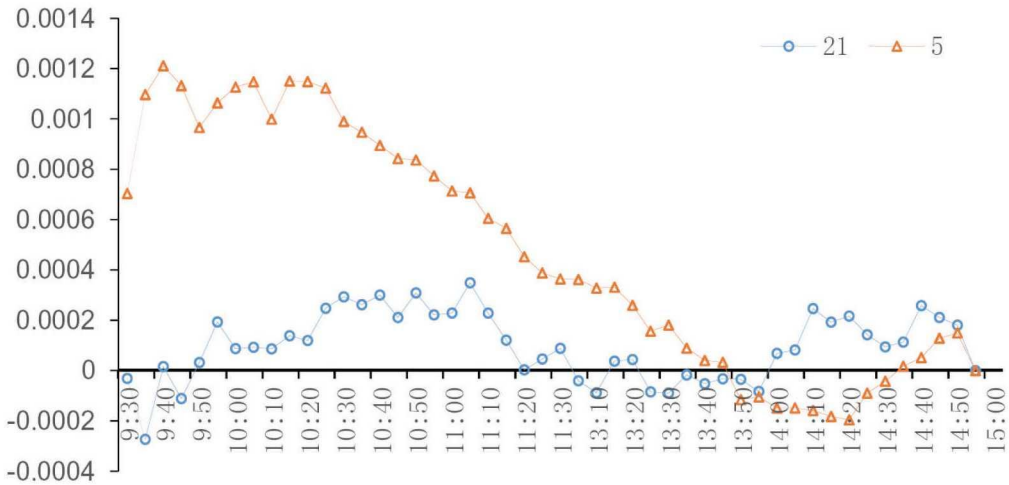


图 12 不同剩余期限的期权理论值 2 与实际值的日内差异

### 3.4 基于期权时间价值日内模式的交易策略

为了进一步佐证上述发现, 本文对日内差异最大的短期平值期权构造交易策略进行检验。考虑到过于接近到期日的期权其日内噪音可能过大, 因此最终选择剩余交易日在 5-10 天之间。日内某时间段里出现理论时间价值与实际值的差异增大并且差异显著异于 0, 说明在该时间段中实际时间价值相比理论衰减过快, 因此在该时间段期初卖出行权价相同的看涨和看跌期权各一张, 在该时间段期末平仓。日内某时间段里差异显著异于 0 且不断减小, 说明该时间段内实际时间价值相比理论上衰减过慢, 在该时间段期初买入行权价相同的看涨和看跌期权各一张, 在该时间段期末平仓。例如图 13 所示的日内差异中,  $t_2$  和  $t_3$  时间段内的差异显著异于 0,  $t_2$  时间段差异不断增大, 因此在  $t_2$  时间段期初同时卖出行权价相同的看涨和看跌期权, 在

$t_2$  时间段期末买入平仓，对应的局部最高点是实际日内时间价值最小于理论值的时刻。 $t_3$  时间段差异显著异于 0，且理论时间价值与实际值的差异不断减小，因此在  $t_3$  时间段期初同时买入行权价相同的看涨和看跌期权，在  $t_3$  时间段期末卖出平仓。

同时买入看涨和看跌期权，Delta 接近中性，Gamma 暴露为正，标的资产价格正向或负向的变动都可以带来收益，组合的 Theta 暴露为负，只要该时间段内 Gamma 暴露带来的收益大于时间价值衰减带来的损失就可以获利。在某时间段同时卖出看涨期权和看跌期权，Gamma 暴露为负，Theta 暴露为正，只要该时间段内赚取的时间价值大于 Gamma 负暴露带来的损失就可以获利。如果把 Theta 比喻成“入场费”，上述交易策略的设计思想为，当我们认为某时间段内实际时间价值衰减过快，就卖出期权，收取“入场费”，承担 Gamma 暴露负收益，期望实际时间价值衰减带来的收益大于 Gamma 负暴露带来的损失；当我们认为某时间段内实际时间价值衰减过慢，就进入期权多头，支付“入场费”，获得 Gamma 正收益，期望 Gamma 正暴露带来的收益超过损失的实际时间价值。

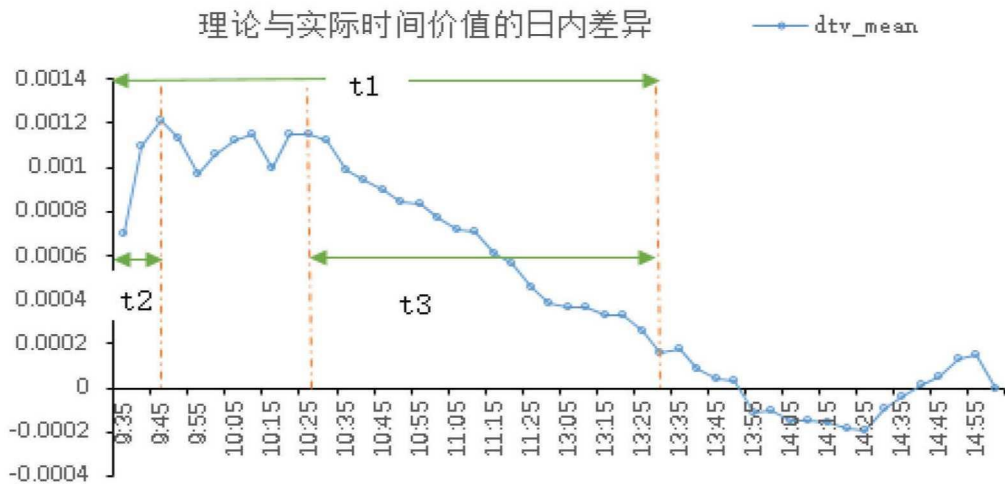


图 13 交易策略说明

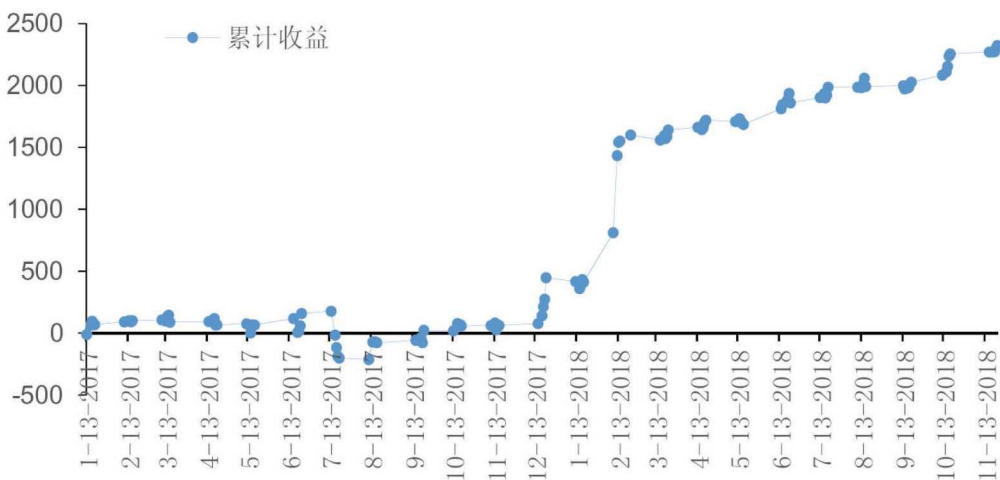


图 14 策略累计收益

如图 14 所示，样本期内，最终只有剩余交易日为 5 到 9 天的期权触发交易条件，有 115 个交易日发生交易，在不考虑交易费用情况下的累计收益为 2323 元，日均收益率为 1.14%，日



收益率的标准差为 4.06%。若考虑到实际中交易手续费,按每张合约的交易手续费 1.6 元计,  $p$  值为 0.65, 在 10% 显著水平上无法拒绝日均收益等于 0 的原假设。因此, 实际时间价值与理论时间价值的差异在市场摩擦允许的范围內。

#### 4 结论

本文根据郑振龙和陈焕华<sup>[3]</sup>提出来的关于平价点的定义, 计算了 50ETF 期权实际日内时间价值, 对实际日内时间价值变化模式进行研究, 并将其与理论日内时间价值进行比较。由于时间价值随时间衰减的模式受到在值程度的影响, 不同在值程度的期权的时间价值衰减模式相差很大, 因此本文对期权按照在值程度分成五组, 并重点考察实值、平值和虚值期权。同时, 考虑到看涨期权和看跌期权的时间价值衰减模式可能有所不同, 因此对看涨期权和看跌期权分别讨论。

首先, 按照波动率和在值程度进行双分组, 动态展现整个剩余期限内在不同的波动率水平下, 50ETF 期权日内时间价值随剩余期限变化的整体模式。整体来看, 就看涨期权而言, 随着剩余期限逐渐缩短, 所有期权的时间价值均有显著的衰减趋势。不同在值程度、不同波动率水平下的时间价值衰减模式存在差别: 波动率水平一样时, 平值期权的时间价值水平最高, 随剩余期限缩短加速衰减; 实值量和虚值量相等的实值期权和虚值期权的时间价值衰减模式接近, 近似呈直线衰减。看跌期权的日内时间价值整体模式与看涨期权类似。同时, 在单个交易日的基础上, 考察不同在值程度的期权日内时间价值变化模式。考虑到均值估计可能受极端值影响较大, 本文同时采用整体估计误差最小化的核回归非参数估计法来估计日内模式, 发现剩余期限小于一个月时, 在大部分交易日中, 平值期权日内通常有显著的时间价值直线衰减趋势; 除了实值看涨期权外, 其他期权在大部分的交易日中也通常有时间价值衰减, 但模式波动较平值期权大。国外研究中, 通常认为短期期权在周末等非交易时间段有时间价值衰减, 本文发现 50ETF 期权中午非交易时间段没有时间价值衰减。

为了进一步研究实际日内时间价值随时间变化与理论是否存在差异, 本文通过二种方法来估计理论上的日内隐含波动率, 并通过理论日内隐含波动率计算理论日内时间价值, 从而得到实际时间价值与理论值的日内差异。本文发现, 平值期权的实际日内时间价值与理论值差异最大, 虚值期权和实值期权的差异小, 基本在期权最小报价单位 0.0001 元之内。剩余期限短的期权日内差异较显著, 剩余交易日超过 10 天的期权日内差异就已经不显著了。

为了进一步佐证上述的发现, 本文利用实际日内时间价值与理论值的差异, 对剩余交易日在 5-10 天的平值期权构造交易策略, 发现确实可以获得累计正收益, 但如果考虑实际交易手续费后, 则无法拒绝日均收益为 0 的原假设, 即实际值与理论值差异最大的剩余期限很短的平值期权, 其日内差异在市场摩擦允许的范围內。

根据实际日内时间价值整体衰减模式及其与理论日内时间价值的差异、实际交易策略的佐证, 从日内时间价值角度来看, 样本期内 50ETF 期权整体日内定价效率良好, 这可能得益于这两年 50ETF 期权市场不断发展、成熟。

#### [ 参考文献 ]

- [1] Hirta A, Neftci S N. An Introduction to The Mathematics of Financial Derivatives [M]. Academic press, 2013.
- [2] Hull J. Options, Futures and Other Derivatives (10th ed.) [M]. New York: Pearson Education, Inc.,

2018.

- [3] 郑振龙, 陈焕华. 寻找期权的平值点 [J]. 中国证券期货, 2018, (3): 62-65.
- [4] Brenner M, Subrahmanyam M G. A simple approach to option valuation and hedging in the Black-Scholes model [J]. Financial Analysts Journal, 1994, 50(2): 25-28.
- [5] Rhoads R. Trading Weekly Options: Pricing Characteristics and Short-term Trading Strategies [M]. John Wiley & Sons, 2014.
- [6] Jones C S, Shemesh J. Option mispricing around nontrading periods [J]. The Journal of Finance, 2018, 73(2): 861-900.
- [7] 郑振龙, 黄蕙舟. 波动率预测: GARCH 模型与隐含波动率 [J]. 数量经济技术经济研究, 2010, 27(1): 140-150.
- [8] 吕恺. 基于香港市场的隐含波动率动态模型研究 [D]. 厦门大学, 2009.
- [9] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities [J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637-654.
- [10] 吴鑫育, 李心丹, 马超群. 基于随机波动率模型的上证 50ETF 期权定价研究 [J]. 数理统计与管理, 2019, 38(1): 115-131.
- [11] 杨兴林, 王鹏. 基于时变波动率的 50ETF 参数欧式期权定价 [J]. 数理统计与管理, 2018, 37(1): 162-178.
- [12] Black F. The pricing of commodity contracts [J]. Journal of financial economics, 1976, 3(1-2): 167-179.
- [13] 陈强. 高级计量经济学及 Stata 应用 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [14] Nadaraya E A. On estimating regression [J]. Theory of Probability and Its Applications, 1964, 9(1): 141-142.